РАЗРАБОТАНА

кафедрой высшей математики
Астраханского государственного
университета

протокол № 6 от 16.01.14г.

УТВЕРЖДЕНА

Ученым советом факультета
математики и информационных
технологий

протокол № 5 от 13.02.14г.

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

для поступающих на обучение по программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре в 2014 году

Направление подготовки 44.06.01 «Образование и педагогические науки».

Профиль подготовки 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математике: уровни общего и профессионального образования)».

Астрахань – 2014 г.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Программа состоит из двух частей. Первая часть - «математика» содержит общие вопросы, относящиеся к методологии математики, основам теории множеств и логики, а также специальные вопросы из педвузовских курсов математического анализа, алгебры с теорией чисел и геометрии.

Вторая часть - «методика обучения математике» состоит из общей и специальной частей (разделов).

Поступающие в аспирантуру должны показать достаточно высокую математическую и профессионально-педагогическую подготовку, математическую и методическую культуру, основательные знания программного материала по математическому анализу, алгебре с теорией чисел и геометрии, глубокие знания программного материала по методике преподавания математики.

Поступающие на обучение по программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре сдают вступительные испытания в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования (уровень специалиста или магистра.

Библиографический список (основная литература)

1. ОБЩИЕ ВОПРОСЫ

1. Н.Я. Виленкин и др. Современные основы школьного курса математики. М., 1980.
2. Н.Г. Ованесов. Методологические основы математики. Астр.. 1990.
3. Н.Г. Ованесов, Г.З; Пильтяй. Введение в математику. Астр., 1993.

2. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

1. В.А. Ильин, В.А. Садовничий, Бл.Х. Сендов. Математический анализ, т.1, М., 1985. Т.2.М., 1987.
2. Л.Д. Кудрявцев. Курс математического анализа, т.1, М., 1981. Т.2, М.,1981.
3. В.А. Зорич. Математический анализ, ч.1, М., 1981. Ч.2,М., 1984.
4. А.Н. Колмогоров, СВ. Фомин. Элементы теории функций и функционального анализа. М., 1981.

3. АЛГЕБРА И ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

1. Л.Я. Куликов. Алгебра и теория чисел. М., 1979.
2. А.И. Кострикин. Введение в алгебру. М., 1977.
3. А.Г. Курош. Лекции по общей алгебре. М.. 1973.

4. ГЕОМЕТРИЯ

1. Л.С. Атанасян. Геометрия. 4.1. М., 1973.
2. Л.С. Атанасян, Г.Г. Гуревич. Геометрия. 4.2. М., 1976.
3. А.Д. Александров, Н.Ю. Нецветаев. Геометрия. М., 1990.
4. Н.В. Ефимов. Высшая геометрия. М., 1978.

II. МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

1. Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика. Сост. Р.С. Черкасов, А.А. Столяр. М., 1985.
2. Методика преподавания математики в средней школе: Частная методика. Сост. В.И. Мишин. М., 1987.
3. А.А. Столяр. Педагогика математики (любое издание).
4. Б.В. Гнеденко. Математика и математическое образование в современном мире. М., 1985.
5. А.Н. Колмогоров. Математика - наука и профессия. М., 1988.
6. Н.Г. Ованесов. Научные основы начал математического анализа. Астр., 1993.

Основные критерии оценивания ответа поступающего в аспирантуру

Оценка	Критерии выставления оценок
Отлично	Вопросы раскрыты на высоком научном уровне. Выявлены полнота материала, систематичность и последовательность в изложении основных теоретических положений вопросов. Показаны умения чётко и коротко излагать сущность вопросов, способность формулировать основные идеи темы, умение дискутировать. Представлен полный ответ на дополнительные вопросы. Обоснованы все ключевые моменты вопросов.
Хорошо	Вопросы раскрыты полностью, выявлены систематичность и последовательность в изложении основных теоретических вопросов, обоснованы все ключевые моменты темы. Не отражены при дискутировании умения четко и ясно излагать основные идеи темы, её результаты. Не на все дополнительные вопросы был дан полный ответ.
Удовлетворительно	Вопросы раскрыты не полностью, обоснованы не все ключевые моменты вопросов. Представлена последовательность в изложении основных теоретических положений вопросов. Сущность темы не отражена в ответах на дополнительные вопросы. Возможны ошибки при изложении материала, не показано умение дискутировать.
Неудовлетворительно	Вопросы раскрыты не полностью, общая идея верная, но не выявлены систематичность и последовательность в изложении основных теоретических положений. Большинство ключевых моментов темы не обоснованы или имеются неверные обоснования. Возможны ошибки в схемах или чертежах. Ни на один дополнительный вопрос не получен ответ. Не выявлено умение дискутировать, не показано умение излагать материал четко и ясно.

Перечень вопросов к вступительному испытанию

1. Отображение множеств (функции). Предел и непрерывность функций. Свойства функций, непрерывных на замкнутых и ограниченных множествах. Измеримые функции, связь с непрерывными функциями.
2. Движение плоскости и его аналитическое выражение. Группа движений плоскости. Классификация движений. Применение движений в элементарной геометрии.
3. Методика изучения числовых систем. Метод математической индукции. Различные возможные введения чисел новой природы и действий над ними. Сравнительно дидактический анализ.
4. Мощность множества. Счетные и континуальные множества, их свойства. Сравнение мощностей и существование высших мощностей.
5. Векторная алгебра на плоскости и в пространстве Евклида. Скалярное, векторное и смешанное произведение. Применение векторной алгебры в элементарной геометрии.
6. Задачи и их роль в обучении математике. Стандартные и нестандартные задачи. Обучение построению алгоритмов для решения новых классов задач. Обучение поиску решения задач (в пространстве состояний и сведением задачи к совокупности подзадач). Обучение эвристическим приемам поиска решения задач (индукция, аналогия, парадигмы и др). Обучение доказательству с помощью системы подзадач. Обучение математическому моделированию реальных ситуаций при решении текстовых задач. Обучение математике через задачи.
7. Дифференцируемость, производная и дифференциал. Связь дифференцируемости с существованием производной и непрерывностью. Локальная линеаризация отображений. Формула Тейлора.
8. Аксиоматическое определение длины отрезка, площади многоугольника, объема многогранника. Существование и единственность.
9. Уравнения и неравенства в школьном курсе математики. Функциональный и логический подходы к изучению уравнений и неравенств (на разных этапах обучения), сравнительно-дидактический анализ.
10. Свойства непрерывности множества действительных чисел (различные эквивалентные принципы). Точные границы линейных множеств. Открытые и замкнутые множества, их структура. Измеримые множества.
11. Полиномы над полем. Наибольший общий делитель двух полиномов и алгоритм Евклида. Представление полинома в виде произведения неприводимых множителей, единственность представления.

12 Интуиция и логика в изучении начал математического анализа (производная, интеграл, простейшие дифференциальные уравнения). Методика введения понятия производной и интеграла. Различные подходы и их сравнительно-дидактический анализ.
13 Числовые последовательности и ряды. Предел последовательности и сумма ряда. Признаки сходимости числовых последовательностей и рядов. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Перестановка членов ряда.
14 Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел. Сопряженность мнимых корней полинома с действительными коэффициентами. Полиномы неприводимые над полем действительных чисел.
15 Методика изучения систематического курса стереометрии, параллельности прямых и плоскостей в пространстве.
16 Теорема Лагранжа. Условие монотонности функции на промежутке. Экстремум, выпуклость, точки перегиба, асимптоты. Исследование функций и построение их графиков.
17 Целые и рациональные корни многочлена с целыми коэффициентами. Критерий неприводимости. Простое расширение поля и его строение. Понятие об алгебраических и трансцендентных числах.
18 Логико-дидактический анализ понятия величины и процесса измерения величин (длина, площадь, объем).
19 Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость, необходимый и достаточный признак. Непрерывность предельной функции последовательности и суммы ряда функций. Степенные ряды и их свойства. Представление элементарных функций степенными рядами.
20 Топологические пространства и его различные аксиоматики; примеры. Индуцированная топология.
21 Тождественные преобразования (преобразования термов). Тождественные преобразования рациональных и трансцендентных выражений, методика обучения.
22 Ортогональные системы функций. Тригонометрическая система. Ряд Фурье. Неравенства Бесселя. Замкнутость и полнота ортогональной системы. Представление кусочно-гладкой функции тригонометрическим рядом Фурье.
23 Система натуральных чисел. Принцип математической индукции. Кольцо целых чисел. Теорема о делении с остатком и ее приложения.
24 Методика изучения геометрических преобразований (осевая симметрия, центральная симметрия, поворот, параллельный перенос, преобразования подобия).
25 Определенный интеграл Римана, условия его существования, свойства и вычисления. Определение и вычисление площадей, объемов, длин дуг.
26 Аффинное преобразование плоскости и его аналитическое выражение. Структура аффинного преобразования плоскости Евклида. Применение

аффинных преобразований в элементарной геометрии.

27 Различные подходы к введению понятия функций (отображения) в школе на разных этапах обучения математики. Методика изучения основных элементарных функций.

28 Интеграл Лебега от ограниченной функции, его существование, основные свойства, связь с интегралом Римана. Условия интегрируемости по Риману в терминах меры.

29 Поле рациональных чисел. Упорядоченное поле. Система действительных чисел.

30 Изучение в школе тем: «Векторы» (на плоскости и в пространстве) и «Метод координат». Различные способы введения и изучения векторов и координат (на плоскости и в пространстве).

31 Обыкновенные дифференциальные уравнения, основные понятия. Уравнения первого порядка. Линейные уравнения. Примеры математического моделирования реальных процессов с помощью дифференциальных уравнений.

32 Подобное преобразование плоскости и его аналитическое выражение. Гомотетия. Структура подобного преобразования. Применение подобных преобразований в элементарной геометрии.

33 Предел и непрерывность, их содержание в школьном курсе математики при разных уровнях обучения. Методика введения понятия предела и непрерывности функции. Сравнительно-дидактический анализ различных подходов.

34 Метрические пространства, примеры. Сжимающие отображения, теорема Банаха и ее приложение. Линейные пространства. Банаховы и Гильбертовы пространства.

35 Простые числа. Бесконечность множества простых чисел. Каноническое представление составного числа и его единственность.

36 Содержание школьного курса математики (основные линии). Проблемы построения школьной математики, системы занятий, строгости изложения языка, приложений, межпредметных связей, связи обучения с жизнью. Различные уровни обучения математике. Углубленное изучение; факультативные и внеклассные занятия.

37 Производная функции комплексной переменной. Условия дифференцируемости. Понятие аналитической функции. Показательная и тригонометрические функции комплексной переменной и связь между ними.

38 Гладкая линия и ее сопровождающий трехгранник. Формула Френе. Кривизна и кручение; их значение в теории гладких линий.

39 Методы обучения математике. Эмпирические методы (наблюдение, опыт) логические приемы мышления (сравнения, аналогия, обобщение, абстрагирование, конкретизация, индукция и дедукция, анализ и синтез). Исследовательский метод: сочетание обучения познавательной деятельности с проблемным обучением. Специальные - методы (построение математических моделей и их исследование,

маленьких теорий, алгоритмов). Репродуктивные и продуктивные методы обучения. Компьютер как вспомогательное средство обучения математике.

40 Основы алгебры высказываний и логики предикатов. Равносильные формулы. Математические предложения.

41 Система линейных уравнений. Следствие системы линейных уравнений. Равносильные системы. Критерий совместности системы линейных уравнений.

42 Математические понятия, предложения и доказательства в школьном курсе математики, логическое строение определений и теорем. Необходимое и достаточное условие и методика их изучения. Логическое строение школьного курса геометрии. Методика ведений понятий, изучения аксиом, изучение теорем и их доказательств. Различные возможные подходы и их сравнительно- дидактический анализ. Технология построения системы задач для данного доказательства.

43 Числовые последовательности, предел, признаки сходимости. Предел функции и непрерывность. Свойства функций непрерывных на замкнутых и ограниченных множествах.

44 Векторные пространства. Подпространство. Базис и размерность векторного пространства. изоморфизмы векторных пространств.

45 Цели обучения математике. Роль математики в гуманизации образования. Воспитательные и развивающие функции обучения математике: умственное развитие воображения, памяти, формирование научного мировоззрения, пространственных представлений, умения абстрагировать, развития навыков дедуктивного мышления, математической интуиции и логики.

46 Интуитивная теория множеств. Соответствия и отображения множеств. Бинарные отношения и их основные типы. Мощность множеств. Счетные и континуальные множества и их свойства.

47 Метод координат на плоскости и в пространствах Евклида. Прямые и квадрики на плоскости. Прямые, плоскости и квадрики в пространстве. Применение метода координат в элементарной геометрии.

48 Предел и непрерывность, их содержание в школьном курсе математики при различных уровнях обучения. Методика введения понятия предела и непрерывности функции. Сравнительно-дидактический анализ различных подходов.

Содержание программы

I. МАТЕМАТИКА

1. ОБЩИЕ ВОПРОСЫ

1. Предмет математики и современный взгляд на ее природу. Метод моделирования. Аксиоматический метод построения математических

теорий.

2. Основы алгебры высказываний и логики предикатов, равносильные формулы, математические предложения.
3. Основы теории множеств (интуитивный уровень). Соответствия. Бинарные отношения, их основные типы. Алгебраические операции

2. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

1. Мощность множества. Счетные и континуальные множества, их свойства. Сравнение мощностей и существование высших мощностей.
2. Свойство непрерывности множества действительных чисел (различные эквивалентные принципы). Точные границы линейных множеств. Открытые и замкнутые линейные множества, их структура и мера. Измеримые множества.
3. Отображения множеств (функции). Предел и непрерывность функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Измеримые функции и связь с непрерывными функциями.
4. Числовые последовательности и ряды. Предел последовательности и сумма ряда. Признаки сходимости числовых последовательностей и рядов. Абсолютная и условная сходимость.
5. Дифференцируемость, производная и дифференциал. Связь дифференцируемости с существованием производной и непрерывностью. Формула Тейлора. Теорема Лагранжа. Условие монотонности функции на промежутке. Экстремум, выпуклость, точки перегиба, асимптоты. Исследование функций и построение их графиков.
6. Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость, необходимый и достаточный признак. Непрерывность предельной функции последовательности и суммы ряда функций. Степенные ряды и их свойства. Ряд Тейлора. Представления элементарных функций степенными рядами.
7. Ряды Фурье. Ортогональные системы функций. Тригонометрическая система. Ряд Фурье. Неравенство Бесселя. Замкнутость и полнота ортогональной системы. Представления непрерывной функции тригонометрическим рядом Фурье.
8. Определенный интеграл Римана, условия его существования, свойства и вычисление. Определение и вычисление площадей, объемов и длин дуг.
9. Интеграл Лебега от ограниченной функции, его существование, основные свойства, связь с интегралом Римана. Условия интегрируемости по Риману в терминах меры.
10. Обыкновенные дифференциальные уравнения, основные понятия. Уравнения первого порядка. Линейные уравнения высших порядков. Примеры математического моделирования реальных процессов с помощью дифференциальных уравнений.
11. Метрические пространства. Компактные пространства. Полные метрические пространства. Сжимающие отображения, теорема Банаха

и его приложения. Банаховы пространства. Пространства Гильберта.

12. Производная функции комплексной переменной. Условия дифференцируемости. Понятие аналитической функции. Показательная и тригонометрические функции комплексной переменной и связь между ними. Теорема единственности аналитической функции.

3. АЛГЕБРА И ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

1. Группы и кольца, их свойства. Изоморфизм.
2. Система натуральных чисел. Принцип математической индукции. Кольцо целых чисел. Теорема о делении с остатком и ее приложения.
3. Поле, свойства поля. Поле рациональных чисел. Упорядоченное поле. Система действительных чисел.
4. Векторные пространства и их простейшие свойства. Подпространство. Базис и размерность векторного пространства. Изоморфизм векторных пространств.
5. Системы линейных уравнений. Следствие системы линейных уравнений. Равносильные системы. Критерий совместности системы линейных уравнений.
6. Простые числа. Бесконечность множества простых чисел. Каноническое представление составного числа и его единственность. Распределение простых чисел.
7. Полиномы над полем. Наибольший общий делитель двух полиномов и алгоритм Евклида. Представление полинома в виде произведения неприводимых множителей. Единственность представления.
8. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел. Сопряжённость мнимых корней полинома с действительными коэффициентами. Неприводимые над полем действительных чисел полиномы.
9. Целые и рациональные корни многочлена с целыми коэффициентами. Критерий неприводимости. Простое расширение поля. Алгебраические и трансцендентные числа. Строение простого алгебраического расширения поля.

4. ГЕОМЕТРИЯ

1. Векторная алгебра на плоскости и в пространстве Евклида. Скалярное, векторное и смешанное произведение. Применения векторной алгебры в элементарной геометрии. Аксиоматика Вейля.
2. Метод координат на плоскости и в пространстве Евклида. Прямые и квадрики на плоскости. Прямые, плоскости и квадрики в пространстве. Применения метода координат в элементарной геометрии.
3. Движение плоскости и его аналитическое выражение. Группа движений плоскости, классификация движений. Применения движений в элементарной геометрии.
4. Подобное преобразование плоскости и его аналитическое выражение. Гомотетия. Структура подобного преобразования. Применение подобных преобразований в элементарной геометрии.
5. Аффинное преобразование плоскости и его аналитическое выражение.

Структура аффинного преобразования плоскости Евклида. Применение аффинных преобразований в элементарной геометрии.

6. Аксиоматика Вейля трехмерного точечного пространства Евклида, ее непротиворечивость и полнота. Связь аксиоматики Вейля с другими аксиоматиками пространства Евклида.
7. Аксиоматическое определение длины отрезка, площади многоугольника, объема многогранника. Существование и единственность.
8. Плоскость Лобачевского и ее модели. Аксиоматика плоскости Лобачевского и ее непротиворечивость. Значение геометрии Лобачевского в математике.
9. Топологические пространства, различные аксиоматики. Примеры. Связь метрических и топологических пространств.
10. Гладкая линия и ее сопровождающий трехгранник. Формула Френе. Кривизна и кручение, их значение в теории гладких линий.

II. МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

1. ОБЩАЯ ЧАСТЬ

1. Цели обучения математике. Роль математики в гуманизации образования. Воспитательные и развивающие функции обучения математике: умственное развитие, развитие воображения, памяти, формирование научного мировоззрения, пространственных представлений, умения абстрагировать, развитие навыков дедуктивного мышления, математической интуиции и логики.
2. Содержание школьного курса математики (логико-математическая, формально-оперативная, вычислительно-графическая и содержательно-прикладная линии). Проблемы построения школьной математики, системы понятий, строгости изложения, языка, приложений, межпредметных связей (математика -физика, математика - информатика и др.), связи обучения с жизнью. Различные уровни обучения математике. Углублённое изучение математики. Факультативные и внеклассные занятия. Обучение математике в системе профтехобразования.
3. Методы обучения математике. Эмпирические методы (наблюдения, опыт), логические приёмы мышления (сравнение, аналогия, обобщение, абстрагирование, конкретизация, индукция и дедукция, анализ и синтез). Исследовательский метод (школьное учебное исследование), сочетание обучения познавательной деятельности с проблемным обучением. Специальные методы (построение математических моделей и их исследование, построение маленьких теорий, построение алгоритмов). Репродуктивные и продуктивные методы обучения математике. Компьютер как вспомогательное средство обучения математике.
4. Математические понятия, предложения и доказательства в школьном курсе математики. Логическое строение определений и теорем. Необходимое и достаточное условия и методика их изучения.

Логическое строение школьного курса геометрии. Методика введения понятий, изучения аксиом, изучения теорем и их доказательств. Различные возможные подходы и их сравнительно-дидактический анализ. Технология построения системы задач для данного доказательства.

5. Задачи и их роль в обучении математике. Проблема обучения решению задач. Стандартные и нестандартные задачи. Обучение построению алгоритмов для решения новых классов задач. Обучение поиску решения задач (в пространстве состояний и сведением задачи к совокупности подзадач). Обучение эвристическим приемам поиска решения задач (индукции, аналогии и др.). Доказательство как нестандартная задача. Обучение доказательству с помощью системы подзадач. Обучение математическому описанию (моделированию реальных ситуаций при решении текстовых задач). Обучение математике через задачи.

2. СПЕЦИАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

1. Методика изучения числовых систем. Метод математической индукции. Различные возможные методы введения чисел новой природы и действий над ними. Сравнительно-дидактический их анализ.
2. Тождественные преобразования (преобразования термов). Тождественные преобразования рациональных, иррациональных и трансцендентных выражений, методика обучения.
3. Уравнения и неравенства в школьном курсе математики. Функциональный и логический подходы к изучению уравнений и неравенств (на разных этапах обучения), сравнительно-дидактический их анализ.
4. Различные подходы к введению понятия функции (отображения) в школе на разных этапах обучения математике. Методика изучения основных элементарных функций.
5. Предел и непрерывность, их содержание в школьном курсе математики при различных уровнях обучения. Методика введения понятия предела и непрерывности функции. Сравнительно-дидактический анализ различных подходов.
6. Интуиция и логика в изучении начал математического анализа (производная, интеграл, простейшие дифференциальные уравнения). Методика введения понятия производной и ее приложений, интеграла и его приложений. Различные подходы и их сравнительно-дидактический анализ.
7. Методика изучения геометрических преобразований (осевая симметрия, поворот, параллельный перенос, преобразования подобия). Изучение тем «Равенство (конгруэнтность) фигур» и «Многоугольники».
8. Изучение тем «Векторы (на плоскости и в пространстве)» и «Метод координат». Различные способы введения и изучения векторов и координат (на плоскости и в пространстве).

9. Методика изучения систематического курса стереометрии, параллельности прямых и плоскостей, перпендикулярности прямых и плоскостей в пространстве. Стереометрические задачи и методика их решения.
10. Логико-дидактический анализ понятия величины и процесса измерения величин (длина, площадь, объем). Методика изучения в школе.

Рекомендуемая дополнительная литература

1. И.П. Натансон. Теория функций вещественной переменной. М., 1974.
2. Н.М. Матвеев. Дифференциальные уравнения. М., 1988.
3. А.Н. Тихонов и др. Дифференциальные уравнения. М., 1980.
4. А.И. Маркушевич, Л.А. Маркушевич. Введение в теорию аналитических функций. М., 1977.
5. И.И. Привалов. Введение в теорию функций комплексного переменного. М.-Л., 1945.
6. А.А. Бухштаб. Теория чисел. М.. 1966.
7. С. Феферман. Числовые системы. М., 1971.
8. В.И. Нечаев. Числовые системы. М., 1975
9. В.Т. Базылев и др. Геометрия. 4.1. М., 1974. 4.2. М., 1975.
10. А.В. Погорелов. Геометрия. М., 1983.
11. Ю.Г. Борисович и др. Введение в топологию. М., 1980.
12. Энциклопедия элементарной математики. Книги 4,5. М., 1966.
13. Д. Пойа. Математическое открытие. М., 1976.
14. Д. Пойа. Как решать задачу. М., 1961.
15. Известия Академии педагогических наук РСФСР. Вып.92. М.,1958.
16. Учебники и учебные пособия для школ различного уровня обучения.
17. Пособия для факультативных занятий в школе.
18. Статьи в журналах «Математика в школе», «Квант», «Математическое просвещение».